

## 1.1 Перечень теоретического материала по курсу Теории информации

### Раздел 1 ТЕОРИЯ ИНФОРМАЦИИ КАК МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ

ТЕМА 1.1 ПРЕДМЕТ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ ТИ как математическая теория. Задачи, приведшие к возникновению ТИ. Связь ТИ с некоторыми разделами математики. Прикладная ТИ. Три типичные задачи ТИ. Этапы обращения информации. Виды информации: дискретная и непрерывная. Измерение информации.

### Раздел 2 Ансамбли и энтропия

ТЕМА 2.1 ДИСКРЕТНЫЕ И НЕПРЕРЫВНЫЕ АНСАМБЛИ Дискретный вероятностный ансамбль сообщений. Дискретный ансамбль на произведении двух множеств и порожденные им ансамбли. Статистически независимые ансамбли. Условная вероятность сообщения. Лемма о множестве условных вероятностей. Условные ансамбли. Непрерывные ансамбли.

ТЕМА 2.2 СОБСТВЕННАЯ ИНФОРМАЦИЯ Интуитивные требования к измерению информации. Определение собственной информации. График функции  $y = I(x) = -\log p(x)$ . Единицы измерения информацией (биты, наты и хартли). Свойства собственной информации: неотрицательность, монотонность, аддитивность.

ТЕМА 2.3 ЭНТРОПИЯ АНСАМБЛЯ Энтропия как мера неопределенности. Энтропия дискретного ансамбля с равновероятными сообщениями. Свойства энтропии дискретного ансамбля: неотрицательность, ограниченность сверху, аддитивность, выпуклость, выравнивание, преобразование, отбрасывание маловероятных сообщений не влияет существенно на величину энтропии. Пример двоичного ансамбля. Построение графика функции  $h(p) = -p \log p - (1-p) \log (1-p)$ . Энтропия непрерывного ансамбля.

ТЕМА 2.4 УСЛОВНАЯ ЭНТРОПИЯ Условная собственная информация сообщения  $x$  при фиксированном  $y$ . Условная энтропия ансамбля  $X$  при фиксированном сообщении  $y$ . Условная энтропия ансамбля  $X$  при фиксированном ансамбле  $Y$ . Четыре свойства условной энтропии.

ТЕМА 2.5 ВЗАИМНАЯ ИНФОРМАЦИЯ Количество информации в сообщении  $x \in X$  о сообщении  $y \in Y$  и его основное свойство. Средняя взаимная информация между ансамблями. Средняя взаимная информация между ансамблем и сообщением. Неотрицательность средней взаимной информации.

### Раздел 3 Кодирование

ТЕМА 3.1 РАВНОМЕРНОЕ КОДИРОВАНИЕ Алфавит кода источника, кодовые символы, кодовые слова, код над алфавитом, объем кода, код равномерной длины. Кодирование сообщений ансамбля  $X$  посредством кода. Общая схема равномерного кодирования. Скоростью равномерного кодирования источника. Однозначное декодирование и энтропия ансамбля.

ТЕМА 3.2 НЕРАВНОМЕРНОЕ КОДИРОВАНИЕ Длины слов при неравномерном кодировании. Средняя длина кодовых слов. Средняя скорость неравномерного кодирования посредством D-ичного кода при разбиении последовательности сообщений на блоки длины  $n$ .

ТЕМА 3.3 ПРЕФИКСНЫЕ И СУФФИКСНЫЕ КОДЫ Коды со свойством однозначного декодирования. Неравенства Крафта и Мак-Миллана. Теорема о средней длине лучших префиксных двоичных кодов.

ТЕМА 3.4 ОПТИМАЛЬНЫЕ НЕРАВНОМЕРНЫЕ КОДЫ Средняя длина кодовых слов и энтропия ансамбля. Определение оптимального кода. Теорема существования оптимального кода. Избыточность кода и эффективность кодирования. Свойства оптимальных

кодов.

ТЕМА 3.5 КОДЫ ФАНО, ШЕННОНА И ХАФФМЕНА Алгоритм Фано. Префиксность кода Фано. Алгоритм Шеннона. Префиксность кода Шеннона и величина средней длины кодовых слов. Алгоритм Хаффмена. Оптимальность кода Хаффмена.

#### **Раздел 4 Элементы теории чисел**

ТЕМА 4.1 ДЕЛЕНИЯ С ОСТАТКОМ Алгоритм деления с остатком. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное. Алгоритм Евклида. Бинарный алгоритм.

ТЕМА 4.2 ПРОСТЫЕ ЧИСЛА Простые числа, теорема Евклида. Основная теорема арифметики. Простые делители натуральных чисел. Решето Эратостена. Простые числа с данным числом цифр. Простые числа с данной цифровой записью. Простые числа как значения многочлена. Простые числа Мерсенна. Совершенные числа. Простые числа Ферма. Рекорды в теории чисел.

ТЕМА 4.3 СРАВНЕНИЯ Числовые функции. Сравнения. Малая теорема Ферма. Решения сравнений первой степени с одним неизвестным. Системы сравнений. Китайская теорема об остатках и ее применение в астрономии и в банковских сейфах.